

MODÉLISATION VARIATIONNELLE PAR HOMOGENÉISATION STOCHASTIQUE.

Résumé: Le but de cette exposé est de présenter une stratégie de modélisation mathématique d'un matériau composite aléatoirement renforcé de type TexSolTM (un mélange sable-fil). Pour cela nous effectuons une étude asymptotique variationnelle afin d'obtenir une structure homogène et déterministe rendant compte du comportement mécanique de ce matériau. La stratégie de modélisation consiste à découper (suivant une direction x_3) un cube de TexSolTM en fines plaques d'épaisseur $h(\varepsilon)$ dépendant d'un très petit paramètre $\varepsilon \ll 1$. Pour $h(\varepsilon)$ assez petit, nous supposons que dans chaque plaque les fibres sont verticales. Notre problème initial est alors décomposé en n modèles de type plaque donnant une formulation 2-dimensionnelle après passage à la limite. Le modèle obtenu est déterministe. Puis, en utilisant ce résultat pour chacune des plaques, on obtient ainsi une énergie discrète (suivant x_3), somme des n énergies 2-dimensionnelles homogènes et déterministes. Nous reconstruisons alors une structure 3D par une intégration variationnelle en x_3 , i.e. en passant à la limite en n de manière variationnelle. L'énergie limite, homogène et déterministe ainsi obtenue est proposée comme un modèle du TexSolTM. Nos différents résultats sont validés par une étude numérique.

Mots-clés Modélisation variationnelle, homogénéisation de matériaux composites, analyse numérique, analyse asymptotique, problème non-local, Γ -convergence, théorie ergodique, processus sous additif.